
15 Praktische regels voor directe digitale regeling (DDC)

15.1 Inleiding

In dit hoofdstuk zullen enkele mogelijkheden worden aangegeven voor een keuze van regelparameters bij directe digitale regeling van een proces. Naast de ook bij continue regelingen voorkomende parameters als *proportionele versterking*, *integratietijd* en *differentiatietijd* komen bij digitale regeling nog twee specifieke parameters naar voren n.l. de *bemonsteringsfrequentie* en de *resolutie* van de gebruikte digitale code.

De laatst genoemde parameter, de *resolutie*, bepaalt zoals we reeds eerder zagen de nauwkeurigheid waarmee bemonsteringswaarden worden omgezet in digitale woorden. Ook in de berekeningen en bij de reconstructie speelt de resolutie een belangrijke rol. Bij de gebruikelijke resoluties voor analoog-digitaal- en digitaal-analoog-conversie van 8, 10, 12 of meer bits is de te bereiken nauwkeurigheid steeds zo groot dat deze eigenschap van het digitaal regelen nauwelijks een nadelige invloed heeft op het regelgedrag van het systeem. De resolutie komt tot uitdrukking in de grootte en de mate van constantheid van de geregelde waarde van het proces. Een grote resolutie (veel bits per digitaal woord) heeft een gunstige invloed op deze geregelde proceswaarde.

15.2 Keuze van de bemonsteringsfrequentie

De keuze van de *bemonsteringsfrequentie*:

$$f_s = \frac{1}{T} \text{ (Hz)} \quad (15.1)$$

heeft grote invloed op het dynamisch gedrag van het geregelde systeem. Een grotere waarde van de bemonsteringsperiode T heeft een grotere fasenaïjling tot gevolg in het bemonsterings- en reconstructieproces, er geldt immers voor deze extra fasenaïjling bij een nulde-orde-houdschakeling (zie ook § 10.7):

$$\varphi_h \approx -\frac{1}{2} \omega T \quad (15.2)$$

Duidelijk is dat vergroting van de fasenaïjling nadelig is voor de mate van stabiliteit van het systeem. Een stabiel geregeld systeem kan zelfs door vergroting van T instabiel worden.

De factoren die de praktische keuze van T bepalen zijn afkomstig van het digitale deel van de regeling (de procescomputer) en van het te regelen proces.

Indien de procescomputer bepalend is voor de keuze van T dan moet worden gelet op de benodigde rekentijd voor het regelalgoritme en de conversietijden van de ADC en de DAC.

In § 14.5 hebben we gezien dat het erg belangrijk is om T ook niet te klein te kiezen in verband met numerieke problemen in de berekening van het regelalgoritme (nauwkeurigheid!).

Voorbeeld 15.1

Een microcomputer wordt gebruikt voor DDC van een aantal identieke regellussen. Het regelalgoritme vereist de verwerking van 120 instructies, de conversietijd van de ADC is $100 \mu\text{s}$. Behalve die voor het regelen van de lus worden 40 instructies per lus gebruikt voor bijbehorende sturing van apparatuur, controle van de regellus en 'datalogging'. Elke instructie vergt $2 \mu\text{s}$. Hoeveel lussen zouden door de microcomputer kunnen worden geregeld indien dit aantal geheel wordt bepaald door de mogelijkheden van de regelapparatuur?

Na de analoog-digitaal-conversie kan de berekening van het regelalgoritme beginnen; een nieuwe stuurwaarde is dan $(100 + 120 \times 2) \mu\text{s} = 340 \mu\text{s}$ na het nemen van het monster berekend en wordt dan aangeboden aan het ingangsregister van de DAC. De instructies voor apparatuursturing, controle en 'datalogging' kunnen vallen binnen de conversietijd van de ADC. Na het aanbieden van de nieuwe stuurwaarde van de DAC kan een nieuwe lus worden geregeld. Er kunnen dus $\frac{1}{340 \cdot 10^{-6}} \approx 3000$ bemonsteringen per seconde plaatsvinden. Er kunnen dan ook 3000 regellussen worden geregeld.

Meestal zullen de eigenschappen van het te regelen proces bepalend zijn voor de keuze van T . In het algemeen kan gezegd worden dat aan het *bemonsteringstheorema van Shannon* zal moeten worden voldaan. Vanwege het in de praktijk optredende extra informatieverlies bij de analoog-digitaal- en digitaal-analoog conversie, in de berekeningsprocedures van het regelalgoritme en vooral in de houdschakeling, wordt steeds een kleinere waarde van T gekozen dan uit het theorema van Shannon volgt.

Een uitgangspunt voor de keuze van de bemonsteringsfrequentie biedt de hoogste signaalfrequentie ω_h , dit is de frequentie (bandbreedte) waarbij de modulus-karakteristiek van het open systeem door de 0 dB-as gaat; deze frequentie wordt ook wel 'cross-over'-frequentie genoemd. Een praktische keuze van de bemonsteringsfrequentie wordt gegeven door: $\omega_s = 10 \omega_h$.

Voor een proces waarin één dominerende tijdconstante τ_1 van het *geregelde systeem* optreedt en een eventueel aanwezige looptijd vele malen kleiner is dan τ_1 , geldt voor T de praktische keuze:

$$T \leq \frac{\tau_1}{5} \quad (15.3)$$

Voor processen waarin de nieuwe informatie wordt verkregen door een inherente signaalbemonstering T_k , bijvoorbeeld via een kwaliteitsanalyse, dient de bemonsteringsfrequentie gesynchroniseerd te worden met de kwaliteitsanalyse.

Dan wordt:

$$T = T_k \quad (15.4)$$

Voor zulke processen zal immers voordat de procescomputer een nieuwe berekening maakt het resultaat van de inherente bemonstering bekend dienen te zijn.

Voorbeeld 15.2

Stel dat de in voorbeeld 15.1 omschreven microcomputer wordt gebruikt voor het regelen van meerdere identieke lussen. Hoeveel identieke lussen kunnen worden geregeld indien elke lus een dominerende tijdconstante heeft van 0,5 seconde?

De keuze van T wordt volgens (15.3) bepaald op 100 milliseconden. In deze tijd kunnen dan:

$$n = \frac{100 \times 10^{-3}}{340 \times 10^{-6}} \approx 300 \quad (15.5)$$

regellussen worden bestuurd.

Hoeveel identieke lussen kunnen worden geregeld indien elke lus een kwaliteitsanalyse bevat, die 5 seconden duurt?

Volgens (15.4) dienen we voor T te kiezen:

$$T = 5 \text{ s,}$$

waarmee het aantal te regelen lussen zou zijn:

$$n = \frac{5}{340 \times 10^{-6}} \approx 14700$$

Het zal in de praktijk vaker voorkomen dat onder de te regelen lussen er één of hoogstens enkele zijn met zo'n kwaliteitsanalyse, terwijl de andere snellere regellussen zijn.

15.3 Instelregels voor K_R , τ_i en τ_d

Voor het instellen van regelparameters bij continue regel-systemen worden in de praktijk vaak de instelregels van Ziegler en Nichols toegepast. De parallel-regelaar waarop deze instelregels zijn gebaseerd heeft de overbrengingsfunctie:

$$H_R(s) = K_R \left(1 + \frac{1}{\tau_i s} + \tau_d s \right) \quad (15.6)$$

Ook voor een cascade-regelaar met de overbrengingsfunctie:

$$H_R(s) = K'_R \left(1 + \frac{1}{\tau'_i s} \right) (1 + \tau'_d s) \quad (15.7)$$

zijn de instelregels bruikbaar indien we bedenken dat de laatste regelaar in de vorm van (15.6) geschreven kan worden. (Ga dit na!) Een omrekening naar τ'_i en τ'_d is nodig. Processen die een stapresponsie vertonen van de in fig. 15.1 gegeven vorm kunnen worden beschreven door een overbrengingsfunctie volgens:

$$H_p = \frac{Y(s)}{X(s)} \approx \frac{K e^{-T_d s}}{1 + \tau s} \quad (15.8)$$

Deze beschrijving veronderstelt dat het proces voldoende wordt gekarakteriseerd door een statische versterking K , een looptijd T_d en een eerste-orde-systeem met tijdconstante τ . Voor processen die aldus kunnen worden beschreven gelden volgens Ziegler en Nichols de in tabel 15.1a aangegeven praktische instelregels voor K_R , τ_i en τ_d indien deze processen worden geregeld met continue regelaars volgens overbrengingsfunctie (15.6).

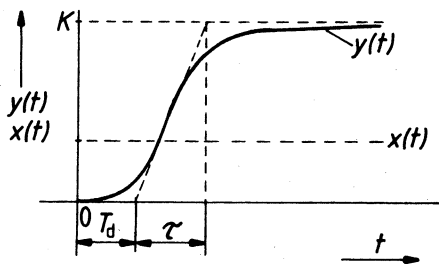


Fig. 15.1 Benadering van een stapresponsie door die van een looptijd en een eerste-orde-systeem

regelaar	K_R	τ_i	τ_d
P	$\frac{\tau}{T_d} \cdot \frac{1}{K}$	—	—
PI	$0,9 \frac{\tau}{T_d} \cdot \frac{1}{K}$	$3,3 T_d$	—
PID	$1,2 \frac{\tau}{T_d} \cdot \frac{1}{K}$	$2 T_d$	$0,5 T_d$

a Instelregels voor continue regelsystemen

regelaar	K_R	τ_i	τ_d
P	$\frac{\tau}{T_d + \frac{1}{2}T} \cdot \frac{1}{K}$	—	—
PI	$0,9 \frac{\tau}{T_d + \frac{1}{2}T} \cdot \frac{1}{K}$	$3,3 (T_d + \frac{1}{2} T)$	—
PID	$1,2 \frac{\tau}{T_d + \frac{1}{2}T} \cdot \frac{1}{K}$	$2 (T_d + \frac{1}{2} T)$	$0,5 (T_d + \frac{1}{2} T)$

b Instelregels voor discontinue regelsystemen

Tabel 15.1 Vergelijking van instelregels voor continue en discontinue regelsystemen

Wordt nu het effect van signaalbemonstering en reconstructie van een bemonsterde regel-
 lus verdisconteerd in een *extra* looptijd ter grootte $\frac{1}{2} T$ ten opzichte van een continu gere-
 geld proces, dan kunnen we uit de regels volgens tabel 15.1a die van tabel 15.1b afleiden.
 De in het proces aanwezige looptijd wordt hierbij vergroot met $\frac{1}{2} T$. Deze benadering geldt
 slechts indien $T \ll T_d$.

Voorbeeld 15.3

De stapresponsie van een (ongeregeld) systeem ziet er uit als aangegeven in fig. 15.2.

Gevraagd:

De regelacties voor een PID-regelalgoritme te bepalen.

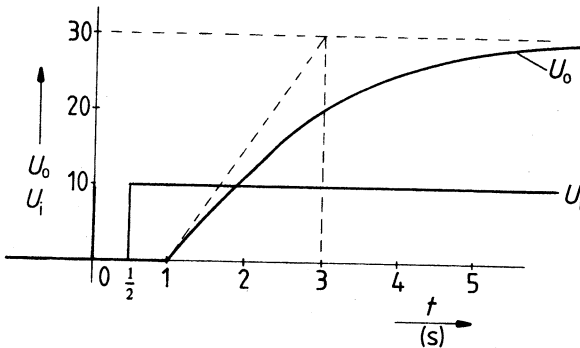


Fig. 15.2 Stapresponsie van het proces van voorbeeld 15.3

Oplissing:

Het proces kan worden beschreven door de overbrengingsfunctie:

$$H(s) = \frac{3 e^{-s} 0,5}{1 + 2s} \quad (15.9)$$

Een goede keuze voor de bemonsteringsperiode is b.v. $T = 0,4$ seconde; dit introduceert een extra looptijd van $0,2$ seconde.

Uit tabel 15.1b lezen we dan af de aanbevolen instellingen van de regelacties:

$$\left. \begin{aligned} K_R &= 1,2 \times \frac{2}{1,1} \times \frac{1}{3} = 0,7 \\ \tau_i &= 2(1 + 0,2) = 2,4 \text{ seconden} \\ \tau_d &= 0,5(1 + 0,2) = 0,6 \text{ seconde} \end{aligned} \right\} \quad (15.10)$$

Met behulp van de in hoofdstuk 14 besproken methoden kan uit (15.6) en (15.10) desgewenst de overbrengingsfunctie $D(z)$ van het digitale netwerk worden bepaald.

Een tweede mogelijkheid die Ziegler en Nichols bieden voor het instellen van geregelde processen is de door hen aangegeven procedure waarbij eerst het geregelde proces tot oscillatie wordt gebracht. De regelaar heeft weer de overbrengingsfunctie volgens (15.6). Deze procedure leent zich eveneens voor het digitaal geregelde proces. Uitgaande van een proportionele regelaar wordt de proportionaliteitsfactor zover vergroot dat het systeem juist gaat oscilleren. Stel dat de daarbij optredende waarde van de proportionele versterking in de regelaar $K_{R,osc}$ bedraagt. De periodeduur van het dan sinusvormig variërend uitgangssignaal wordt gemeten, stel dat deze waarde is T_{osc} . In tabel 15.2 is dan aangegeven hoe volgens Ziegler en Nichols een goed bruikbaar geregelde systeem kan worden ingesteld. Opgemerkt wordt dat K_R , τ_i en τ_d daarna nog moeten worden omgerekend naar het digitale regelalgoritme.

regelacties	K_R	τ_i	τ_d
P	$0,5 K_{R,osc}$	—	—
PI	$0,45 K_{R,osc}$	$0,85 T_{osc}$	—
PID	$0,6 K_{R,osc}$	$0,5 T_{osc}$	$0,125 T_{osc}$

Tabel 15.2 Instelregels van Ziegler en Nichols volgens de oscillatie-methode

Voorbeeld 15.4

Voor het instellen van de regelparameters van een digitaal-PID-geregeld proces wordt dit proces tot oscilleren gebracht. De proportionaliteitsfactor blijkt daarbij 6 te zijn en de oscillatiefrequentie is 0,25 Hz.

Uitgaande van deze gegevens en de aangegeven waarden voor K_R , τ_i en τ_d in tabel 15.2 vinden we de instellingen:

$$K_R = 3,6; \tau_i = 2 \text{ seconden en } \tau_d = 0,5 \text{ seconde.}$$

Met deze gegevens kan weer $D(z)$ van het digitale regelalgoritme worden bepaald.

15.4 Ontwerpen van een digitaal geregeld proces in het bodediagram

Indien we uitgaan van de extra looptijd van $\frac{1}{2} T$ ten gevolge van het bemonsterings- en reconstructieproces, dan kan ook een ontwerpprocedure in het bodediagram worden gebruikt voor de bepaling van K_R , τ_i en τ_d . Het bodediagram van het proces wordt daartoe eerst zodanig gemodificeerd dat de $\frac{1}{2} T$ extra looptijd hierin wordt opgenomen. Daar geldt:

$$\left| e^{-j\omega \frac{T}{2}} \right| = 1 \text{ en } \arg e^{-j\omega \frac{T}{2}} = -\omega \frac{T}{2} \quad (15.11)$$

zal alleen de argumentkarakteristiek moeten worden aangepast. In het aangepaste bodediagram kan vervolgens een ontwerpprocedure worden toegepast.

Voorbeeld 15.5

Het bodediagram van een proces is gegeven in fig. 15.3. Gevraagd wordt voor dit proces een digitale regelaar te ontwerpen met een positie-PID-regelalgoritme.

Het proces kan in het van belang zijnde frequentiegebied worden beschreven door het mathematisch model:

$$H(j\omega) = \frac{10}{(1 + j\omega \frac{1}{4})(1 + j\omega \frac{1}{8})(1 + j\omega \frac{1}{20})} \quad (15.12)$$

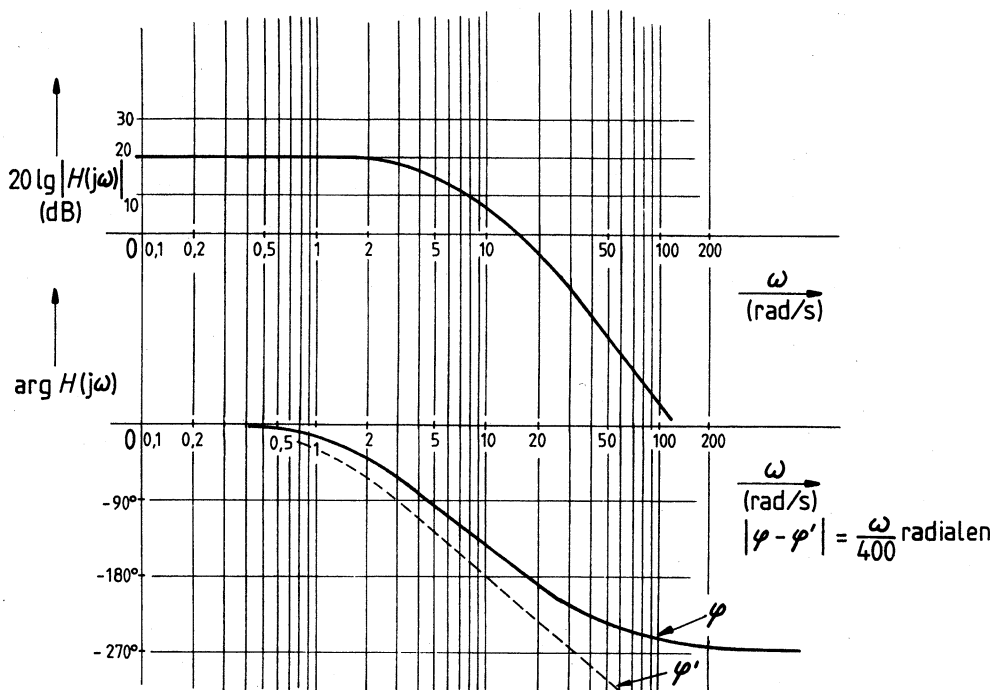


Fig. 15.3 Bodediagram van het proces volgens voorbeeld 15.5

Uit het bodediagram blijkt dat $\omega_h \approx 15$ rad/s is. (Ga dit na!)

Een goede keuze voor T vinden we dan uit:

$$\omega_s = 10\omega_h \approx 150 \text{ rad/s}$$

dus: $T_s = 42 \text{ ms}$ (15.13)

Het extra argument dat door de signaalbemonstering en -reconstructie ontstaat wordt:

$$\varphi = -\omega \frac{T_s}{2} = -\frac{\omega}{48} \text{ rad}$$

De onderbroken lijn in de argumentkarakteristiek van fig. 15.3 geeft de gemodificeerde karakteristiek aan waarin φ is opgenomen.

Met behulp van het aangepaste bodediagram kunnen vervolgens de regelparameters K_R , τ_i en τ_d worden bepaald. Voor de te volgen procedure wordt verwezen naar de literatuurlijst [8]. De verkregen analoge regelparameters moeten weer worden omgerekend tot de parameters voor het digitale regelalgoritme.

15.5 Vergelijking analoge en digitale regeling van een proces

We zullen de verschillen tussen analoog en digitaal regelen demonstreren aan de hand van enkele stapresponsies. Het proces dat wordt beschouwd heeft als overbrengingsfunctie:

$$H_1(s) = \frac{1}{(1+s)(1+\frac{1}{2}s)} \quad (15.14)$$

De eisen die aan het geregelde systeem worden gesteld zijn:

- 1 De statische fout ten gevolge van een stap op de ingang dient nul te zijn.
- 2 De 'overshoot' in de stapresponsie mag ca. 25% bedragen.

We bezien eerst de oplossing met een continue regelaar. Het blokschema voor dit geval wordt gegeven in fig. 15.4.

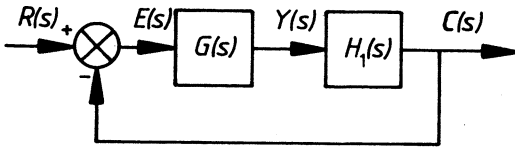


Fig. 15.4 Blokschema van het continu geregelde proces

Om aan de eerste eis te voldoen kan als regelaar worden gekozen:

$$G(s) = K_R \left(1 + \frac{1}{s} \right) \text{ (PI-regelaar)} \quad (15.15)$$

De overbrengingsfunctie van het open systeem luidt dan:

$$G(s) \cdot H(s) = K_R \left(1 + \frac{1}{s} \right) \cdot \frac{1}{(s+1)(\frac{1}{2}s+1)} = \frac{2K_R}{s(s+2)} \quad (15.16)$$

Om aan de tweede eis te voldoen beschouwen we de overbrengingsfunctie van het gesloten systeem:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{GH}{1+GH} = \frac{2K_R}{s^2 + 2s + 2K_R} \quad (15.17)$$

Vergelijken we (15.17) met de 'standaardvorm', zie hoofdstuk 2, van een tweede-orde-systeem dan vinden we:

$$\left. \begin{aligned} \omega_0^2 &= 2K_R \\ 2\beta\omega_0 &= 2 \end{aligned} \right\} \quad (15.18)$$

Voor een 'overshoot' in de stapresponsie van ca. 25% mag de relatieve dempingsfactor β ongeveer zijn:

$$\beta = 0,4 \quad (15.19)$$

Met dit gegeven vinden we uit (15.18):

$$K_R \approx 3 \quad (15.20)$$

De overbrengingsfunctie van de analoge regelaar wordt daarmee:

$$G(s) = 3 \left(1 + \frac{1}{s} \right) \quad (15.21)$$

De oplossing met een digitale regelaar wordt vervolgens gezien. Het blokschema wordt nu als aangegeven in fig. 15.5.

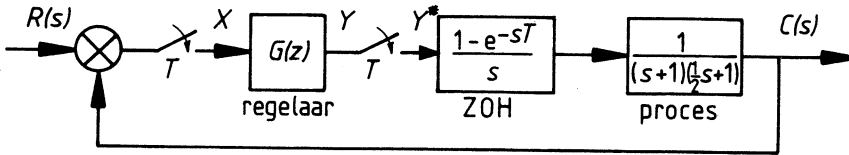


Fig. 15.5 Blokschema van het digitaal geregelde proces

Bij de realisatie van de digitale regelaar maken we gebruik van de hiervoor gevonden waarden van de continue regelaarinstelling. De overbrengingsfunctie van de digitale PI-regelaar wordt (positie-algoritme):

$$G(z) = K'_R \left(1 + \frac{K_i}{1 - z^{-1}} \right) \quad (15.22)$$

met $K'_R = K_R$ en $K_i = \frac{T}{\tau_i} = T$, immers $\tau_i = 1$ s.

Kies voor de bemonsteringstijd $T = 0,1$ seconde. Dit levert voor $G(z)$:

$$G(z) = 3 \left(1 + \frac{0,1}{1 - z^{-1}} \right) = 3 \left(\frac{1,1 - z^{-1}}{1 - z^{-1}} \right) = \frac{Y(z)}{X(z)} \quad (15.23)$$

In het tijddomein geeft dit:

$$y(nT) = y(nT-T) + 3,3x(nT) - 3x(nT-T) \quad (15.24)$$

In fig. 15.6 is de directe programmering van deze regelaar aangegeven.

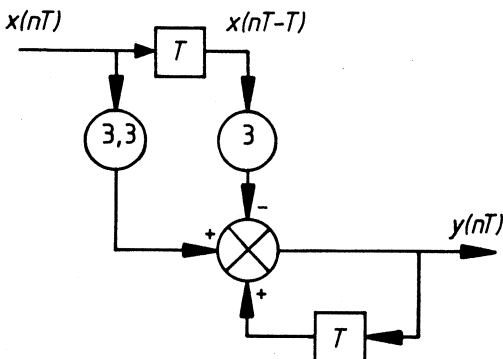


Fig. 15.6 Realisatieschema van de PI-regelaar met positie-algoritme

Beide regelsystemen zijn gesimuleerd; in fig. 15.7 zijn de stapresponsies van het systeem met continue en digitale regelaar weergegeven. De 'overshoot' in beide responsies bedraagt, zoals verwacht, ca. 25%. Het verschil tussen de responsies is nihil; de digitale regeling geeft iets meer 'overshoot' ten gevolge van het bemonsterings- en reconstructieproces. In fig. 15.8 zijn voor verschillende bemonsteringsperioden ($T = 0,05$, $T = 0,1$ en $T = 0,5$ seconde) stapresponsies weergegeven. Uiteraard zijn de regelaarinstellingen hierbij aangepast. Duidelijk is te zien dat de regeling verslechtert, naarmate de 'sample'-tijd groter wordt, zoals bij de afgeleide algoritmen reeds is vermeld.

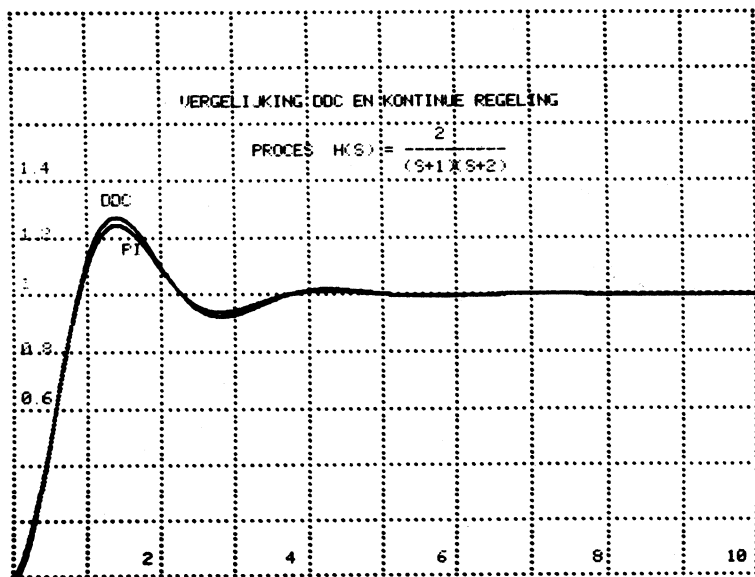


Fig. 15.7 Stapresponsies van analog en digitaal geregeld proces

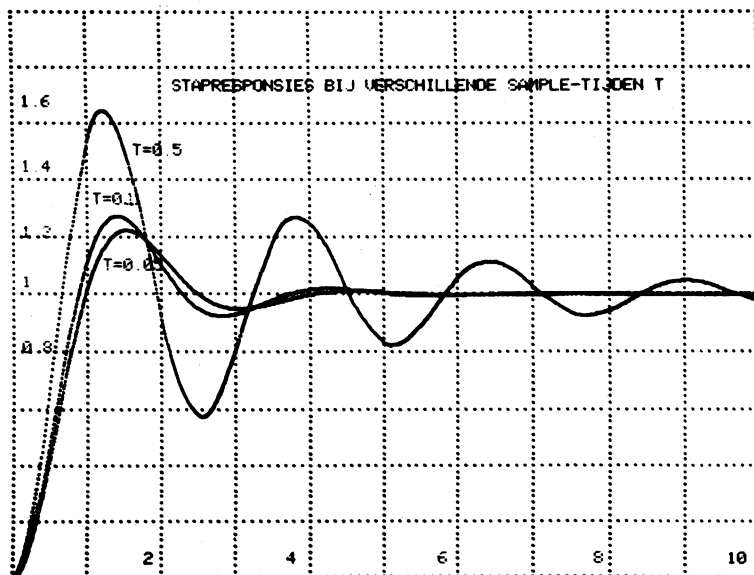


Fig. 15.8 Stapresponsies bij verschillende waarden van T

5.6 Opgaven

- 1 Gegeven wordt de continue procesregeling volgens fig. 15.9.

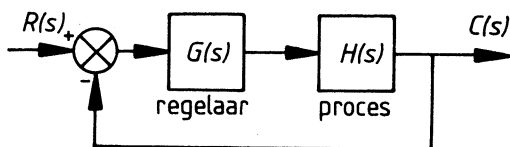


Fig. 15.9 Continue procesregeling volgens opgave 1

De overbrengingsfunctie van het proces luidt:

$$H(s) = \frac{1}{(s+1)(2s+1)(3s+1)} \quad (15.25)$$

$G(s)$ is de overbrengingsfunctie van een parallel-PID-regelaar, ontworpen volgens de regels van Ziegler en Nichols (oscillatiemethode).

Gevraagd:

- Bepaal de overbrengingsfunctie $G(s)$. (Aanw.: Bepaal daartoe eerst K_{osc} en T_{osc} !).
 - Bepaal uit het bij a verkregen resultaat de differentievergelijking van de digitale realisatie van de PID-regelaar (positie-algoritme). Kies als bemonsteringsperiode $T = 0,1$ seconde.
- Gegeven wordt de eenheidsstapresponsie, zie fig. 15.10, van het proces volgens (15.25). Kies T en bepaal weer de instelling van de PID-regelaar, echter nu volgens de stapresponsiemethode van Ziegler en Nichols. Bepaal tevens het realisatieschema indien de regelaar digitaal wordt uitgevoerd.
 - Een eerste-orde-proces met statische versterking 10 en tijdconstante 10 seconden wordt digitaal geregeld met een PI-positie-regelalgoritme. Kies een waarde voor T en bepaal $D(z)$ van de regelaar, indien de bandbreedte van het geregelde systeem 1 rad/s moet zijn. Zelfde vraag, echter nu voor een PI-snelheids-regelalgoritme. Aanwijzing: Bepaal ω_n en kies ω_s daarbij. Kies vervolgens de I-actie zodanig dat er een teruggekoppelde integrator ontstaat.

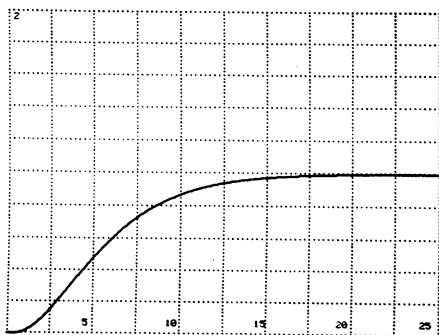


Fig. 15.10 Stapresponsie van het systeem volgens (15.25)